

Probabilités.

I) Vocabulaire

Définition : Chacun des résultats possibles d'une expérience est une issue de l'expérience.

Exemples :

Lorsque je lance une pièce, la pièce tombe soit du côté pile, soit du côté face. L'expérience a donc 2 issues possibles.

Lors du tirage d'une boule, soit je tire une boule blanche, soit une noire. L'expérience a donc 2 issues possibles.

Lorsque je tourne la roue de la loterie, le résultat est soit « P » soit « G ». Cette expérience a donc 2 issues possibles.

Définitions : Un évènement est une condition qui peut être, ou ne pas être, réalisée lors d'une expérience.

Un évènement peut être réalisé par une ou plusieurs issues de l'expérience.

Un évènement réalisé par une seule issue est un évènement élémentaire.

Exemples :

Lorsque je lance un dé équilibré à 6 faces: Les différentes issues possibles sont :1 ; 2 ; 3 ; 4 ;5 ;6

« Obtenir un 6 » est un évènement élémentaire car l'issue « 6 » est la seule qui le réalise.

« Obtenir un nombre impair » est un évènement réalisé par les issues 1 ; 3 et 5, ce n'est donc pas un évènement élémentaire.

Définitions : Un évènement certain est un évènement qui se réalise « à coup sûr ».

Un évènement impossible est un évènement qui ne se réalise pas.

Exemples :

Lorsque je lance un dé équilibré à 6 faces :

« Obtenir un chiffre entre 1 et 6 » est un évènement certain, on sait qu'il va se réaliser.

« Obtenir un 7 » est un évènement impossible, il ne peut pas se réaliser.

Définition : Une expérience est dite aléatoire lorsque chaque issue ne dépend pas des issues des expériences précédentes.

Remarques : Une expérience aléatoire est uniquement due au hasard.

Exemples :

Si je lance deux fois un dé, la première fois j'obtiens un 5. Le résultat du deuxième lancer ne dépend pas du premier.

II) Notion de probabilité

a) Définition

Définition : Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une « fréquence théorique » appelée probabilité.

Exemples :

Lorsqu'on lance une pièce, on a autant de chance de faire pile que face, on a donc « théoriquement » 1 chance sur 2 de faire pile, la « fréquence théorique » de pile est $\frac{1}{2}$. Lorsqu'on calcule la fréquence de pile pour un grand nombre de lancers, on arrive environ à $\frac{1}{2}$. La probabilité d'obtenir pile est donc $\frac{1}{2}$.

Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, on a théoriquement une chance sur six d'avoir un 4. Si on lançait le dé un grand nombre de fois, on aurait une fréquence d'apparition du 4 environ égale à $\frac{1}{6}$. La probabilité d'obtenir un 4 est donc $\frac{1}{6}$.

Notation : Si A est un événement, on notera $p(A)$ la probabilité que l'événement A se réalise.

Exemples :

Lancer d'une pièce :

Notons P l'événement « obtenir un pile », alors $p(P) = \frac{1}{2}$ et F l'événement « obtenir un face », alors $p(F) = \frac{1}{2}$.

Lancer d'un dé à six faces :

Notons 4 l'événement « obtenir un 4 », alors $p(4) = \frac{1}{6}$.

b) Propriétés :

- La probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
- Un événement impossible a une probabilité nulle.
- Un événement certain a une probabilité égale à 1.
- La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.

Exemples :

Lancer d'un dé à six faces :

« obtenir un chiffre entre 0 et 7 » est un événement **certain**. On a théoriquement, 6 chances sur 6 qu'il se produise, sa fréquence théorique est donc $\frac{6}{6} = 1$. La probabilité que cet événement se produise est 1.

« obtenir un 7 » est un événement **impossible**. On a 0 chances sur 6 que cela arrive, la fréquence théorique de cet événement est $\frac{0}{6} = 0$.

Quels sont les événements élémentaires de cette expérience ? quelle est la probabilité de chacun d'eux ? Faire la somme de ces probabilités.

c) Equiprobabilité :

Définition : Lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité d'être réalisés, on dit qu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

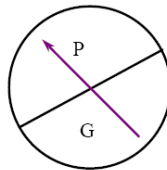
Tous les événements élémentaires ont la même chance de se produire.

Exemples :

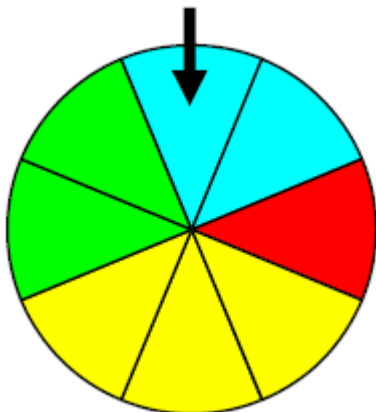
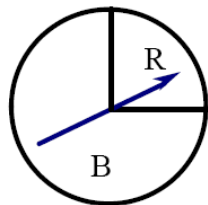
Lancer d'un dé à six faces : équiprobabilité

Lancer d'une pièce : équiprobabilité

Loterie : équiprobabilité



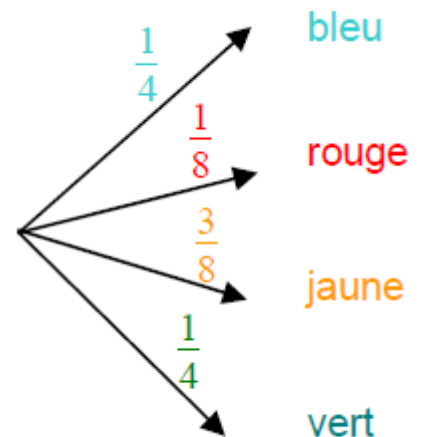
Loterie : pas d'équiprobabilité



d) Arbre des possibles

Exemple :

Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles. On le schématise sur l'arbre des possibles : L'arbre des possibles permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.

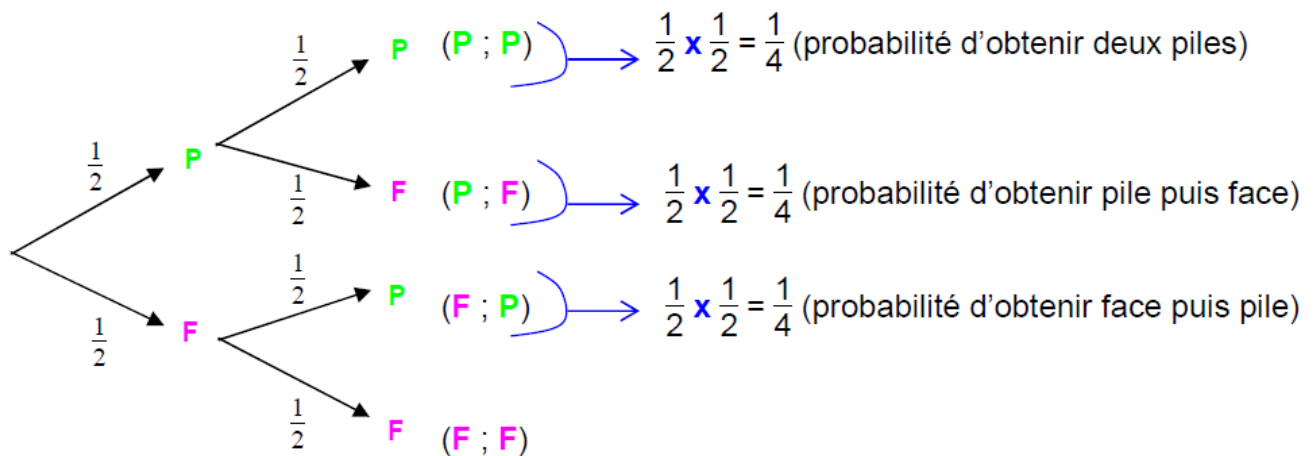


III) Expérience à deux issues

Méthode :

Lancer deux fois de suite une pièce de monnaie est une expérience aléatoire à deux épreuves.

Soit E l'évènement : « On obtient au moins une fois la face PILE. »



Sur un même chemin, on **multiplie** les probabilités.

$$P(E) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

La probabilité que l'évènement E se réalise est de $\frac{3}{4}$.

Il y a donc trois chances sur quatre d'obtenir au moins une fois la face PILE lorsqu'on lance deux fois de suite une pièce de monnaie.