EQUATIONS

1. Mettre en équation un problème

Exemple : un rectangle a un de ses côtés qui mesure 12,5 m et son aire vaut 187,5 m^2. Quelle est la mesure de l'autre côté ?

1) Choix de l'inconnue : j'appelle x la longueur en mètre de l'autre côté.
2) Mise en équation en utilisant l'énoncé : $12{,}5 \times x = 187{,}5$ (aire d'un rectangle est Lxl)
3) Résolution : $12{,}5 \times x = 187{,}5$

$$x = \frac{187{,}5}{12{,}5}$$
$$x = 15$$

4) Vérification : $12{,}5 \times 15$ est-il bien égal à 187,5 ?

Oui $12{,}5 \times 15 = 187{,}5$

5) Phrase donnant la réponse(la conclusion) : la longueur de l'autre côté est 15 m.

2. Résolution d'une équation

- On peut additionner (soustraire) le même nombre dans chaque membre d'une équation

Exemples :

$$x + 3 = 8$$
$$x + 3 - 3 = 8 - 3$$
$$x = 5$$

$$7x = 3 - x$$
$$7x + x = 3 - x + x$$
$$8x = 3$$

- On peut multiplier (diviser), chaque membre de l'équation par un même nombre (non nul).

Exemples :

$$8x = 3$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{3}{8} \quad \text{on divise par 8}$$
$$x = \frac{3}{8} \quad \text{et en vérifiant on a bien } 8 \times \frac{3}{8} = 3$$

$$\frac{x}{4} = 7$$
$$\frac{x}{4} \times 4 = 7 \times 4 \quad \text{on multiplie par 4}$$
$$x = 28 \quad \text{et en vérifiant on a bien } \frac{28}{4} = 7$$

- Pour résoudre une équation plus « complexe », il suffit d'appliquer plusieurs fois ces règles

Exemple :

$$7x - 4 = 5x + 7$$
$$7x - 4 + 4 = 5x + 7 + 4$$
$$7x = 5x + 11$$
$$7x - 5x = 5x + 11 - 5x$$
$$2x = 11$$
$$x = \frac{11}{2}$$
$$x = 5{,}5$$

On vérifie en deux calculs (membre de gauche puis membre de droite) :

$7 \times 5{,}5 - 4 = 38{,}5 - 4 = 34{,}5$

$5 \times 5{,}5 + 7 = 27{,}5 + 7 = 34{,}5$

3. Equation-produit

Propriété : un produit est nul si au moins un de ses facteurs est nul.

Exemple : Résoudre l'équation :

$(x + 6)(3x - 4) = 0$

$x + 6 = 0$ ou $3x - 4 = 0$

$x = -6$ $3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

L'équation a deux solutions -6 et $\frac{4}{3}$

Vérification :

$(-6 + 6)(3 \times (-6) - 4) = 0 \times (3 \times (-6) - 4) = 0$

et

$(\frac{4}{3} + 6)(3 \times \frac{4}{3} - 4) = (\frac{4}{3} + 6) \times (4 - 4) = (\frac{4}{3} + 6) \times 0 = 0$

4. Equation $x^2 = a$

- Si a est strictement positif, l'équation $x^2 = a$ admet eux solutions, $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

Exemples :

$x^2 = 7$

Il y a deux solutions $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

$x^2 = 25$

Il y a deux solutions 5 et –5.

- Si a est nul l'équation $x^2 = a$ admet une seule solution, 0

$x^2 = 0$ donc $x = 0$

- Si a est strictement négatif, l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution

$x^2 = -9$ n'a pas de solution. (un carré est toujours positif)

INEQUATIONS

1. Définition

$3x + 2 < 6x + 7$ est une inéquation composée de deux membres : $3x + 2$ et $6x - 7$.

Le signe < sera appelé (dans ce cours) le sens de l'inéquation.

Résoudre une inéquation, c'est trouver **toutes** les valeurs de l'inconnue qui rendent vraie l'inégalité.

Ces valeurs de l'inconnue sont appelées **les solutions de l'inéquation**.

Exemples :

5 est une solution de $3x + 2 < 6x - 7$ car $3 \times 5 + 2 = 17$ et $6 \times 5 - 7 = 23$ donc $3 \times 5 + 2 < 6 \times 5 - 7$

-4 n'est pas une solution car $3 \times (-4) + 2 = -10$ et $6 \times (-4) - 7 = -31$ donc $3 \times 1 + 2 \geq 6 \times 1 - 7$

2. Résolution

Règle 1 : on peut additionner (ou soustraire) le même nombre dans chaque membre d'une inéquation sans en changer le sens.

Règle 2 : on peut multiplier (ou diviser) par le même nombre **positif** les deux membres d'une inéquation sans en changer les sens.

Règle 3 : multiplier (ou diviser) par le même nombre **négatif** les deux membres d'une inéquation en changeant le sens.

Pour trouver les solutions d'une inéquation, on procède comme pour la résolution d'une équation, c'est à dire en isolant l'inconnue, grâce aux propriétés ci-dessus.

Exemple 1 : résoudre l'inéquation $\mathbf{-3x + 4 \geq -2}$

$$-3x + 4 \mathbf{- 4} \geq -2 \mathbf{- 4} \quad \text{(on ajoute -4 aux deux membres)}$$

$$-3x \geq -6 \quad \text{(On réduit.)}$$

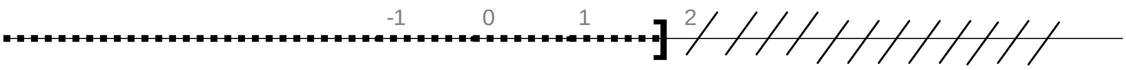
$$\frac{-3x}{\mathbf{-3}} \leq \frac{-6}{\mathbf{-3}} \quad \text{(On divise par – 3)}$$

$$x \leq 2 \quad \text{(On réduit)}$$

Les solutions de l'inéquation –3x + 4 ≥ -2 sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 2.

Il reste ensuite à représenter l'ensemble de ses solutions.
Cette représentation consiste à tracer un axe gradué et orienté sur lequel on souligne les parties représentant les nombres qui sont solutions.

Représentation des solutions de l'inéquation **–3x + 4 ≥ -2**



Tous les nombres **inférieurs ou égaux à 2** conviennent, on souligne donc toutes les valeurs plus petites que 2.

Exemple 2 : résoudre l'inéquation $\mathbf{3x - 1 < 5x - 5}$

$$\mathbf{3x - 1 < 5x - 5}$$

$$3x - 1 - 5x < 5x - 5 - 5x$$

$$-2x - 1 < -5$$

$$-2x - 1 + 1 < -5 + 1$$

$$-2x < -4$$

$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-4}{-2} \quad \text{(Changement de sens)}$$

$$x > 2$$

Représentation des solutions