FONCTIONS LINEAIRES.

Exemple :
soit x la longueur d'un côté d'un carré et soit y le périmètre de ce carré. On a : y = 4x
On dit que le périmètre est fonction linéaire de la longueur du côté.

longueur d'un côté d'un carré x	1	2	7	10
périmètre de ce carré 4x	4	8	28	40

1. Définition :

Soit « a » un nombre fixé.
En associant à chaque nombre « x » un nombre « ax », on définit **une fonction linéaire** de coefficient a.
On notera cette fonction ainsi : $f : x \longmapsto ax$
L'image de x sera notée : f(x).

Exemple :
Soit f la fonction linéaire de coefficient 2.
On la note : $f : x \longmapsto 2x$
Alors :

L'image de 5 est : $f(5) = 2 \times 5 = 10$.
L'image de (-3) est : $f(-3) = 2 \times (-3) = -6$.
L'image de 1 est : $f(1) = 2 \times 1 = 2$.

On peut regrouper ces résultats dans un tableau :

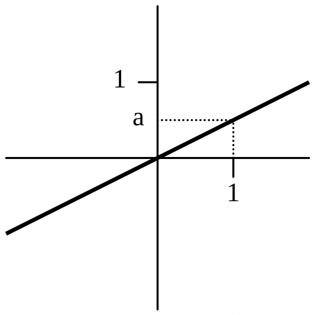
x	5	-3	1
f(x)	10	-6	2

C'est un tableau de proportionnalité. Et le coefficient de proportionnalité qui permet d'exprimer f(x) en fonction de x est… 2 ! D'où l'égalité : $f(x) = 2 \times x$.

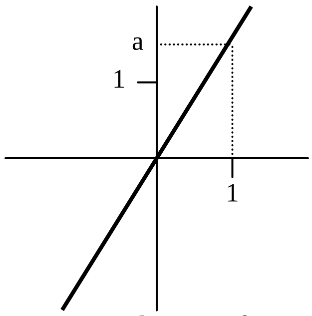
2. Représentation graphique :

Soit f la fonction linéaire définie par : $f : x \longmapsto ax$
L'ensemble des points de coordonnées (x ; ax) est appelé représentation graphique de la fonction linéaire.
Dans un repère, cette représentation est LA droite passant par :
- L'origine du repère.
- Le point de coordonnées (1 ; a)

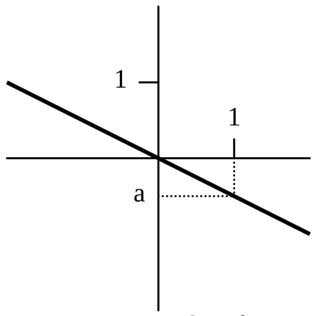
On dit que cette droite a pour équation : y = ax.
« a » est le **coefficient directeur** de la droite. Il indique « l'inclinaison » de la droite.



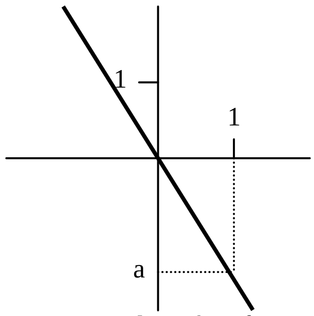
a « petit et positif »



a « grand et positif »



a « petit et négatif »



a « grand et négatif »

Remarque : Si a = 0, la représentation de la droite se confond avec l'axe des abscisses.

3. Application aux pourcentages (Exemples) :

	Prendre **5**% de x.	Augmenter x de 5%.	Diminuer x de 5%.
Calcul à effectuer	Multiplier par **0,05**	Multiplier par **1,05**	Multiplier par **0,95**
Fonction linéaire	$f : x \longmapsto 0{,}05\, x$	$g : x \longmapsto 1{,}05\, x$	$h : x \longmapsto 0{,}95\, x$
Exemple :	Prendre 5% de 20 : $f(20) = 0{,}05 \times 20 = 1$	Augmenter 20 de 5% : $g(20) = 1{,}05 \times 20 = 21$	Diminuer 20 de 5% : $h(20) = 0{,}95 \times 20 = 19$

FONCTIONS AFFINES.

Exemple :
le prix de location d'une voiture est de 20 euros puis de 0,10 euro du kilomètre effectué.
On peut alors compléter le tableau suivant :

nombre de kilomètres parcourus	100	120	250	320	500
prix payé (euros)	30	32	45	52	70

Lorsque l'on parcourt x kilomètres, le prix y vaut : y = 0,10 x + 20

1. Définition :

Soit « a » et « b » deux nombres fixés.
En associant à chaque nombre « x » un nombre « ax + b» appelé « image de x », on définit **une fonction affine**.
On notera cette fonction ainsi : $g : x \longmapsto ax + b$.
L'image de x sera notée : g(x).

Exemple :

Soit g est la fonction affine définie par : $g : x \longmapsto 2x - 3$.
Alors :

L'image de 5 est : $g(5) = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$.
L'image de (-3) est : $g(-3) = 2 \times (-3) - 3 = -6 - 3 = -9$
L'image de 0 est : $g(0) = 2 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$.

Remarque :

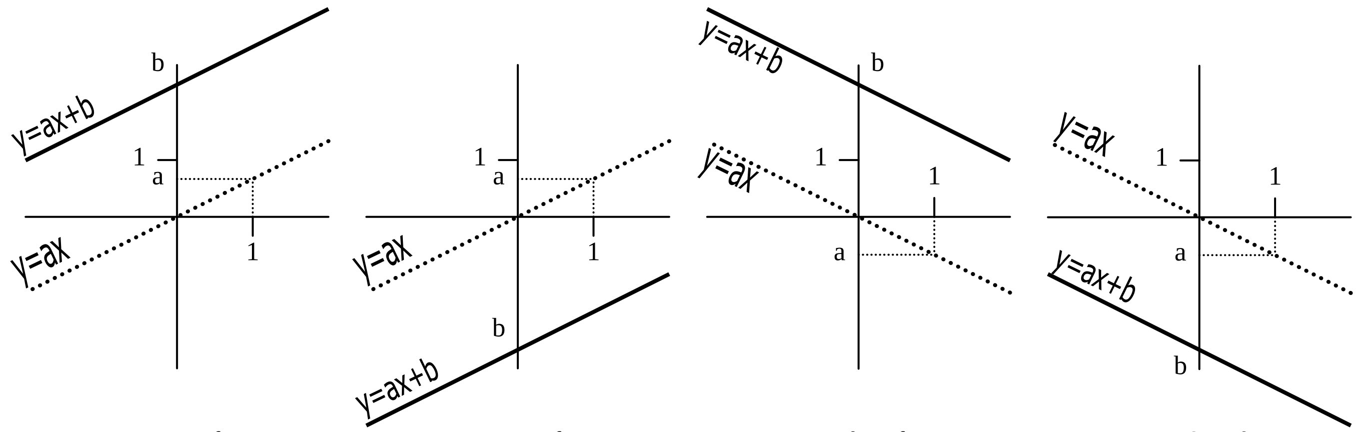
La fonction $g : x \longmapsto 2x$ est la **fonction linéaire associée** à f.

2. Représentation graphique :

Soit g la fonction linéaire définie par : $g : x \longmapsto ax + b$.
L'ensemble des points de coordonnées (x ; ax + b) est appelé représentation graphique de la fonction affine.
Dans un repère, cette représentation est LA droite :

- Parallèle à la droite représentant la fonction linéaire associée.
- Passant par le point de coordonnées (0 ; b)

On dit que cette droite a pour **équation** : y = ax + b
« a » est le **coefficient directeur**.
« b » est l'**ordonnée à l'origine**. Il indique la « hauteur » à laquelle la droite coupe l'axe des ordonnées.



a positif b positif	a positif b négatif	a négatif b positif	a négatif b négatif

Remarques :

- Si a = 0, la droite d'équation y = ax + b est parallèle à l'axe des abscisses.
- Toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation de la forme y = ax + b, et représente donc une fonction affine.